

Презиме и име студента

бр. индекса

1. У породици Топаловић (из филма „Маратонци трче почасни круг“) сваки је отац имао тачно једног сина. Почев од настаријег они су, редом: Пантелија, Максимилијан, Аксентије, Милутин, Лаки и Мирко. У једној сцени која је избачена из филма, нашли су се Аксентије, Милутин и Лаки, и свако од њих је дао по једну изјаву везану за њих тројицу (познато је да свако од њих или увек говори истину или увек лаже):

$p$ : Оба оца или увек говоре истину или оба оца увек лажу.

$q$ : Један син увек лаже, а други син увек говори истину.

$r$ : Изјаве  $p$  и  $q$  нису обе лажне.

- Формирати исказну формулу  $F$  која одговара изјави  $r$  и испитати да ли је она таутологија.
- Одредити СКНФ и једну КНФ за формулу  $F$ .
- За кога од њих тројице са сигурношћу можемо утврдити да ли говори истину или лаже?
- За кога од њих тројице са сигурношћу можемо утврдити коју је изјаву (од  $p, q, r$ ) рекао?

2. Дата је скуповна формула

$$(A \Delta C) \cup (B \setminus D) = A \cup B \cup C \setminus (B \cap D \setminus (A \cup C)),$$

где  $A \Delta B$  представља симетричну разлику скупова  $A$  и  $B$ .

- Представити леву и десну страну ове формуле преко Венових дијаграма.
- Представити ову формулу преко исказних формула.
- Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

3. Одредити истинитосну вредност формуле

$$(\forall z) (\alpha(a, f(z, x)) \wedge \alpha(b, g(y, z))) \Rightarrow \beta(x, y),$$

где су  $a, b$  симболи константи,  $\alpha, \beta$  бинарни релацијски знаци,  $f, g$  бинарни функцијски (операцијски) знаци, при интерпретацији  $\mathcal{D} = \mathcal{P}(A)$ ,  $a: \emptyset$ ,  $b: A$ ,  $\alpha: =$ ,  $\beta: \subseteq$ ,  $f: \cap$ ,  $g: \cup$ , у зависности од валуације слободних променљивих.

4. Дата је релација

$$\rho: x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} x = y \text{ или } x \text{ је збир цифара броја } x \text{ мањи од збира цифара броја } y$$

на скупу  $\{8, 35, 200, 710, 1001, 3210\}$ .

- Набројати све елементе који су у релацији  $\rho$ .
- Представити дату релацију таблично и преко графа.
- Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

Презиме и име студента

бр. индекса

1. У породици Топаловић (из филма „Маратонци трче почасни круг“) сваки је отац имао тачно једног сина. Почев од настаријег они су, редом: Пантелија, Максимилијан, Аксентије, Милутин, Лаки и Мирко. У једној сцени која је избачена из филма, нашли су се Аксентије, Милутин и Лаки, и свако од њих је дао по једну изјаву везану за њих тројицу (познато је да свако од њих или увек говори истину или увек лаже):

$p$ : Оба оца или увек говоре истину или оба оца увек лажу.

$q$ : Један син увек лаже, а други син увек говори истину.

$r$ : Изјаве  $p$  и  $q$  су обе иситините.

- Формирати исказну формулу  $F$  која одговара изјави  $r$  и испитати да ли је она таутологија.
- Одредити СДНФ и једну ДНФ за формулу  $F$ .
- За кога од њих тројице са сигурношћу можемо утврдити да ли говори истину или лаже?
- За кога од њих тројице са сигурношћу можемо утврдити коју је изјаву (од  $p, q, r$ ) рекао?

2. Дата је скуповна формула

$$A \cap B \subseteq D \wedge A \setminus B \subseteq B \cap D \Leftrightarrow A \setminus (B \cap D) = \emptyset.$$

- Представити леву и десну страну ове формуле преко Венових дијаграма.
- Представити ову формулу преко исказних формула.
- Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

3. Одредити истинитосну вредност формуле

$$(\forall x) (\alpha(z, x) \wedge \alpha(y, x)) \Rightarrow \beta(f(y, z), g(y, z)),$$

где су  $\alpha, \beta$  бинарни релацијски знаци,  $f, g$  бинарни функцијски (операцијски) знаци, при интерпретацији  $D = \mathbb{N}$ ,  $\alpha: |$ ,  $\beta: =$ ,  $f$ : множење,  $g(y, z) = y + z - 1$ , у зависности од валуације слободних променљивих.

4. Дата је релација

$$\rho = \{(a, a), (a, d), (a, f), (b, b), (c, c), (c, e), (d, a), (d, d), (d, f), (e, c), (e, e), (f, a), (f, d), (f, f)\}$$

на скупу  $\{a, b, c, d, e, f\}$ .

- Набројати све елементе који су у релацији  $\rho$ .
- Представити дату релацију таблично и преко графа.
- Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

Презиме и име студента

бр. индекса

1. У породици Топаловић (из филма „Маратонци трче почасни круг“) сваки је отац имао тачно једног сина. Почев од настаријег они су, редом: Пантелија, Максимилијан, Аксентије, Милутин, Лаки и Мирко. У једној сцени која је избачена из филма, нашли су се Аксентије, Милутин и Лаки, и свако од њих је дао по једну изјаву везану за њих тројицу (познато је да свако од њих или увек говори истину или увек лаже):

$p$ : Оба сина не лажу.

$q$ : Ако деда говори истину онда и унук говори истину.

$r$ : Изјаве  $p$  и  $q$  су обе иситините.

- Формирати исказну формулу  $F$  која одговара изјави  $r$  и испитати да ли је она таутологија.
- Одредити СДНФ и једну ДНФ за формулу  $F$ .
- За кога од њих тројице са сигурношћу можемо утврдити да ли говори истину или лаже?
- За кога од њих тројице са сигурношћу можемо утврдити коју је изјаву (од  $p, q, r$ ) рекао?

2. Дата је скуповна формула

$$A \subseteq C \wedge B \not\subseteq A \cup D \Rightarrow A \cup B \setminus C \subseteq C \setminus A.$$

- Представити леву и десну страну ове формуле преко Венових дијаграма.
- Представити ову формулу преко исказних формула.
- Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

3. Одредити истинитосну вредност формуле

$$(\forall z) \alpha(a, f(z, x)) \Rightarrow \beta(x, y),$$

где је  $a$  симбол константе,  $\alpha, \beta$  бинарни релацијски знаци,  $f$  бинаран функцијски (операцијски) знак, при интерпретацији  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ ,  $a: 0$ ,  $\alpha: =$ ,  $\beta: \leq$ ,  $f$  је множење реалних бројева, у зависности од валуације слободних променљивих.

4. Дата је релација

$$x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} \text{ речи } x \text{ и } y \text{ имају исти двословни завршетак}$$

на скупу  $\{aca, buba, buca, cucla, masa\}$ .

- Набројати све елементе који су у релацији  $\varrho$  и који нису у релацији  $\varrho$ .
- Представити дату релацију таблично и преко графа.
- Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.

Презиме и име студента

бр. индекса

1. У породици Топаловић (из филма „Маратонци трче почасни круг“) сваки је отац имао тачно једног сина. Почев од настаријег они су, редом: Пантелија, Максимилијан, Аксентије, Милутин, Лаки и Мирко. У једној сцени која је избачена из филма, нашли су се Аксентије, Милутин и Лаки, и свако од њих је дао по једну изјаву везану за њих тројицу (познато је да свако од њих или увек говори истину или увек лаже):

$p$ : Један син увек лаже, а други син увек говори истину.

$q$ : Ако деда лаже онда унук говори истину.

$r$ : Ако је изјава  $p$  иситинита онда је истинита и изјава  $q$ .

- Формирати исказну формулу  $F$  која одговара изјави  $r$  и испитати да ли је она таутологија.
- Одредити СКНФ и једну КНФ за формулу  $F$ .
- За кога од њих тројице са сигурношћу можемо утврдити да ли говори истину или лаже?
- За кога од њих тројице са сигурношћу можемо утврдити коју је изјаву (од  $p, q, r$ ) рекао?

2. Дата је скуповна формула

$$(A \Delta B) \cap (C \cup D) \subseteq C \cap (A \cup B) \cup D \cup (C \setminus A),$$

где  $A \Delta B$  представља симетричну разлику скупова  $A$  и  $B$ .

- Представити леву и десну страну ове формуле преко Венових дијаграма.
- Представити ову формулу преко исказних формула.
- Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

3. Одредити истинитосну вредност формуле

$$(\exists z) \left( \alpha(f(x, z), f(y, z)) \right) \Rightarrow \neg \alpha(x, y),$$

где је  $f$  бинарни функцијски (операцијски) знак,  $\alpha$  бинарни релацијски знак, при интерпретацији  $D = \mathcal{P}(A)$   $\alpha$ : =,  $f$ :  $\cap$ , у зависности од валуације слободних променљивих.

4. Дата је релација

$$\varrho: x \varrho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} y \subseteq x$$

на скупу  $\{A, B, C, D, E\}$ , где су скупови  $A, B, C, D, E$  дати са  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ ,  $C = \{1, 2\}$ ,  $D = \{1, 2, 3, 4\}$  и  $E = \emptyset$ .

- Набројати све елементе који су у релацији  $\varrho$  и који нису у релацији  $\varrho$ .
- Представити дату релацију таблично и преко графа.
- Да ли је дата релација рефлексивна, симетрична, антисиметрична, транзитивна?
- Испитати да ли је то релација еквиваленције и/или релација поретка.
- Уколико је то релација еквиваленције одредити све класе еквиваленције, а уколико је то релација поретка представити је преко Хасеовог дијаграма и испитати да ли је то релација тоталног или парцијалног поретка.