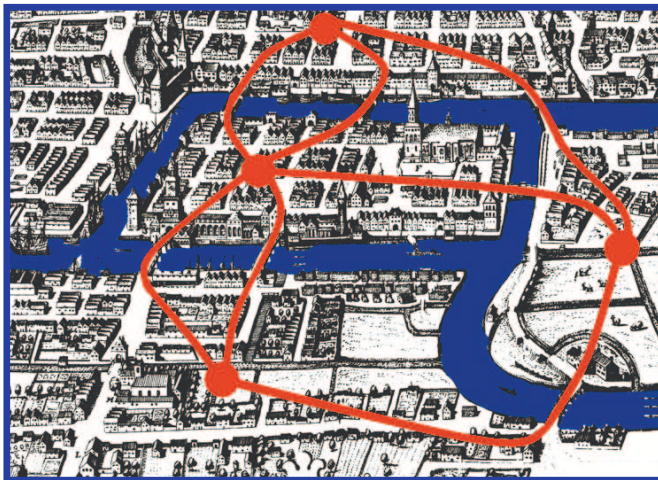


Владимир Балтић

ДИСКРЕТНЕ МАТЕМАТИЧКЕ СТРУКТУРЕ

збирка испитних и домаћих задатака
из 2008. и 2009.



Факултет организационих наука

Б Е О Г Р А Д 2010.

Аутор: *мр Владимир Балтић,*

ДИСКРЕТНЕ МАТЕМАТИЧКЕ СТРУКТУРЕ - збирка испитних и
домаћих задатака из 2008. и 2009.

Издавач: Факултет организационих наука,
Београд, Јове Илића 154

Рецензенти: *др Мирјана Чангаловић*
др Вера Вујчић

Цртежи и слог: *аутор*

CIP – Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

51-74:004(075.8)

БАЛТИЋ, Владимир, 1973–

Дискретне математичке структуре : збирка
испитних и домаћих задатака из 2008. и 2009.
/ Владимир Балтић ; [цртежи аутор]. – Београд
: Факултет организационих наука, 2010
(Крагујевац : Сквер). – 270 стр. : илустр. ; 24 см.

Тираж 400. – Напомене уз текст. –

Библиографија: стр. 269-270.

ISBN 978–86–7680–214–2

а) Дискретна математика – Задаци

COBISS.SR-ID 175578124

ISBN: 978–86–7680–214–2

Факултет организационих наука, 2010.

Тираж: 400 примерака

Штампа: „Сквер“, Крагујевац

Садржај

ПРЕДГОВОР	6
1. ПИСМЕНИ ИСПИТИ 2008-9.	8
1.1. Јун 2008.	8
1.2. Септембар 2008.	10
1.3. Октобар 2008.	11
1.4. Октобар II 2008.	13
1.5. Децембар 2008.	14
1.6. Јануар 2009.	15
1.7. Април 2009.	16
1.8. Март 2009.	17
2. ПИСМЕНИ ИСПИТИ 2009-10.	19
2.1. Јун 2009.	19
2.2. Септембар 2009.	21
2.3. Октобар 2009.	22
2.4. Октобар II 2009.	24
2.5. Јануар 2010.	25
2.6. Април 2010.	26
2.7. Март 2010.	28
3. КОЛОКВИЈУМИ 2008.	29
3.1. Пробни први колоквијум	29
3.2. Први колоквијум 2008.	30
3.3. Пробни други колоквијум	34
3.4. Други колоквијум 2008.	36
4. КОЛОКВИЈУМИ 2009.	42
4.1. Први колоквијум 2009.	42
4.2. Други колоквијум 2009.	46
5. ДОМАЋИ ЗАДАЦИ 2008.	53
5.1. Исказни рачун	53
5.2. Предикатски рачун	56
5.3. Релацијске структуре	57
5.4. Теорија графова	60

5.5. Коначни аутомати и формалне граматике	63
6. ДОМАЋИ ЗАДАЦИ 2009.	66
6.1. Исказни рачун	66
6.2. Предикатски рачун	68
6.3. Релацијске структуре	70
6.4. Теорија графова	73
6.5. Коначни аутомати и формалне граматике	76
7. РЕШЕЊА ЗАДАТАКА	79
7.1. Писмени испити 2008-9.	79
Јун 2008.	79
Септембар 2008.	85
Октобар 2008.	89
Октобар II 2008.	92
Децембар 2008.	93
Јануар 2009.	95
Април 2009.	99
Март 2009.	105
7.2. Писмени испити 2009-10.	108
Јун 2009.	108
Септембар 2009.	111
Октобар 2009.	118
Октобар II 2009.	124
Јануар 2010.	127
Април 2010.	130
Март 2010.	134
7.3. Колоквијуми 2008.	141
Пробни први колоквијум	141
Први колоквијум 2008.	143
Пробни други колоквијум	159
Други колоквијум 2008.	163
7.4. Колоквијуми 2009.	175
Први колоквијум 2009.	175
Други колоквијум 2009.	183
7.5. Домаћи задаци 2008.	195
Исказни рачун	195
Предикатски рачун	203
Релацијске структуре	206
Теорија графова	211
Коначни аутомати и формалне граматике	220
7.6. Домаћи задаци 2009.	224
Исказни рачун	224
Предикатски рачун	229
Релацијске структуре	234
Теорија графова	241
Коначни аутомати и формалне граматике	252

8. НАПОМЕНЕ	256
8.1. Исказни рачун	256
8.2. Предикатски рачун	258
8.3. Релацијске структуре	259
8.4. Теорија графова	263
8.5. Коначни аутомати и формалне граматике	267
ЛИТЕРАТУРА	269

Предговор

Ова збирка је пратећа уџбеничка литература за предмет Дискретне математичке структуре. У њој се налази 236 задатака који су били постављени на писменим задацима, колоквијумима, као и на домаћим задацима током 2008. и 2009. године (ту су писмени испити почев од јунског рока, закључно са мартовским апсолвентским роком наредне године). Сви задаци имају детаљна решења са мноштвом слика (има разлога зашто се каже да 1 слика вреди 1000 речи!), која студентима не дају само представу шта се од њих очекује у предмету Дискретне математичке структуре, него и како треба да испишу решење задатка.

Објаснићемо прво структуру испита, колоквијума и домаћих задатака.

Писмени испит, као и сваки колоквијум (2 добро урађена колоквијума ослобађају писменог испита) има 4 задатка који носе по 25 поена. Време за израду и писменог испита, као и II колоквијума износи 135 минута (2 сата и 15 минута или 3 школска часа), док I колоквијум траје 120 минута (2 сата). За положен писмени испит или колоквијум потребно је остварити 50 поена.

Током школске године студенти раде 5 домаћих задатака из следећих области:

- исказни рачун;
- предикатски рачун;
- релацијске структуре;
- теорија графова;
- коначни аутомати и формалне граматике.

Из сваке области ради се по један задатак, а који генерише програм на основу броја индекса (остали задаци могу послужити за вежбу при спремању колоквијума, односно писменог дела испита). Сваки задатак носи 2 поена (могуће је добити и нпр. 0.8 поена). Потребно је детаљно образложити решења.

Сада ћемо се осврнути на форму ове збирке.

У збирци су све старе ознаке за граматiku, $G = (N, \Sigma, P, S)$, које су се јављале на испитима током школске 2008-9. године усаглашене са новим ознакама, $G = (N, T, \Pi, \sigma^*)$, које се користе од 2009. године (да би задаци били усаглашени са уџбеником). Такође, и празну реч више не означавамо са ϵ него са ε .

Збирка је рађена у више боја. Оне служе да истакну битне елементе, као и да дају бољу визуелну представу. У предикатском рачуну слободне променљиве су означене зеленом бојом, а везане црвеном (или розе или љубичастом, ако има више квантификатора). Све слике код релација, графова и аутомата изгледају исто: елементи скупа над којим је дефинисана релација, чворови у графу, као и стања код аутомата су означени

плавом бојом, степени чворова у графу, као и краће ознаке за стања код аутомата црвеном бојом... Све слике у овој збирци су нацртане помоћу програмског пакета *WinGCLC* аутора Предрага Јаничића (на чему му се аутор свесрдно захваљује), који се може наћи на адреси

<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~janicic/gclc/index.html>

Осврнимо се још и на последњу главу „Напомене“. У њему су назначене честе студентске грешке, као и још нека важна упозорења на шта треба обратити пажњу. У тој глави је дат и списак задатака по областима (у збирци су задаци наведени како су били задати на испитима, колоквијумима и домаћим задацима, да би студенти стекли представу о структури и тежини тих делова предмета Дискретне математичке структуре).

Аутор се захваљује др Мирјани Чангаловић (без чијег инсистирања не би ни било ове збирке) и др Вери Вујчић (која је као шеф Катедре за математику у потпуности подржала издавање ове збирке), редовним професорима Факултета организационих наука, на њиховим коментарима и веома брзо урађеној рецензији.

Унапред смо захвални свима онима који буду ову књигу користили на корисним сугестијама, примедбама и указивању на грешке. Молимо да те напомене доставе мејлом аутору на следећу адресу:

baltic@fon.rs

са насловом: Збирка – напомена
и текстом облика:

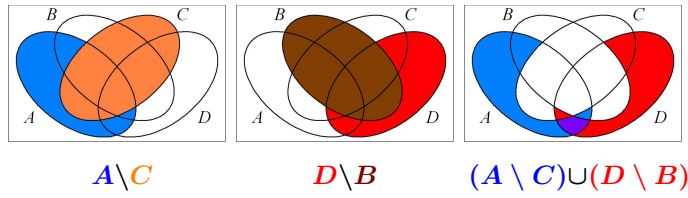
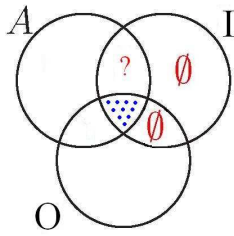
- број стране где се грешка (или напомена) налази;
- број реда на страници где се грешка (или напомена) налази;
- грешка (оригиналан текст);
- шта треба да пише (исправљен текст).

На следећој интернет адреси (кад одаберете Дискретне математичке структуре) ће се налазити исправке накнадно уочених грешака:

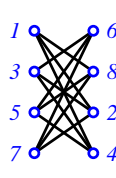
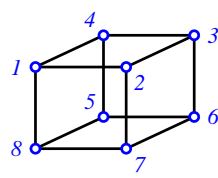
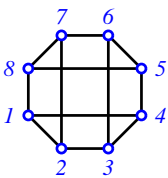
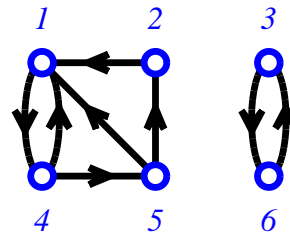
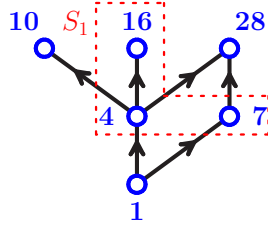
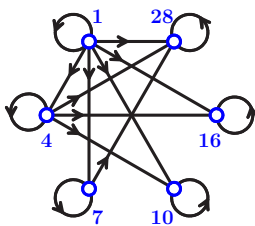
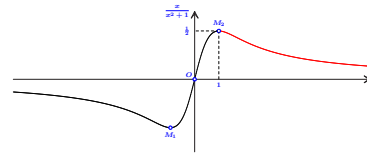
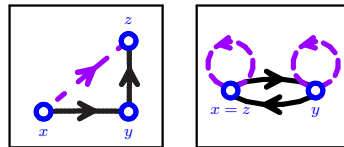
<http://math.fon.rs>

Имена и презимена оних који први помогну да се одређена грешка уочи и исправи биће споменути и на сајту и у захвалници наредног издања збирке.

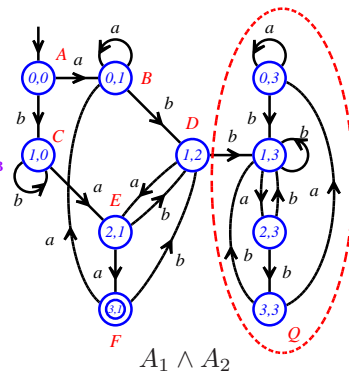
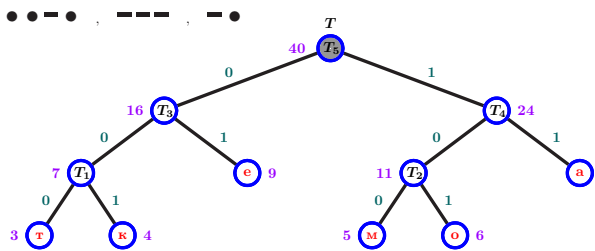
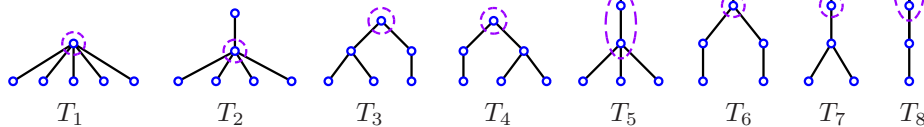
На крају, аутор би желео да се захвали свим својим пријатељима, кумовима, као и породици, које је запоставио током писања ове збирке. Стога ову књигу посвећује својој ћерки Анђелији и супрузи Марији.



p	q	$p \downarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



v	1	2	3	4	5	6
$d^-(v)$	3	1	1	1	1	1
$d^+(v)$	1	1	1	2	2	1



символ	а	е	к	м	о	т
фреквенција	13	9	4	5	6	3
код	11	01	001	100	101	000
ниво	2	2	2	3	3	3

$A_1 \wedge A_2$