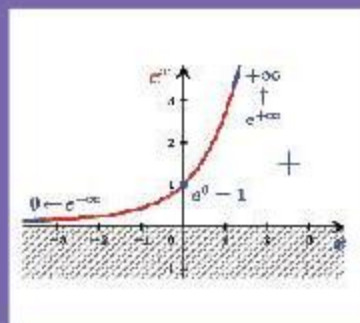
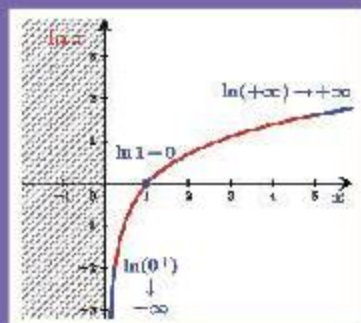


Владимир Балтић
Оливера Мухић

МЕТОДИЧКА ЗБИРКА РЕШЕНИХ ЗАДАТАКА ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1



Београд, 2010.

Аутори: *мр Владимир Балтић,*
др Оливера Мићић,

МЕТОДИЧКА ЗБИРКА РЕШЕНИХ ЗАДАТАКА ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Издавач: Факултет организационих наука,
Београд, Јове Илића 154

Рецензенти: *др Вера Вујчић,* Факултет организационих наука, Београд
др Предраг Тановић, Математички институт САНУ, Београд
мр Ђорђе Кртинић, Математички факултет, Београд

Цртежи и слог: *Владимир Балтић*

CIP – Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

512.5/.6(075.8)(076)

514.12(075.8)(076)

517.1/.52(075.8)(076)

БАЛТИЋ, Владимир, 1973–

**Методичка збирка решених задатака из
математике 1**

/ Владимир Балтић, Оливера Мићић. – Београд :
Факултет организационих наука, 2010
(Београд : Alexandria). – 352 стр. : илустр. ; 25 см.

Тираж 400. – Библиографија: стр. 352.

ISBN 978–86–7680–232–6

1. Мићић, Оливера, 1974– [аутор]

а) Алгебра – Задаци

б) Аналитичка геометрија – Задаци

в) Математичка анализа – Задаци

COBISS.SR-ID 178813452

ISBN: 978–86–7680–232–6

Факултет организационих наука, 2010.

Тираж: 400 примерака

Штампа: „Alexandria“, Београд

Садржај

ПРЕДГОВОР	6
1. АЛГЕБАРСКЕ СТРУКТУРЕ	8
1.1. Теоријски увод	8
Алгебарске структуре са једном операцијом	8
Алгебарске структуре са две операције	10
1.2. Задачи	11
Алгебарске структуре са једном операцијом	11
Алгебарске структуре са две операције	16
2. ЛИНЕАРНА АЛГЕБРА	19
2.1. Теоријски увод	19
Детерминанте	19
Системи линеарних једначина	22
Матрице	29
Сопствене вредности и вектори	38
2.2. Задачи	45
Детерминанте	45
Системи линеарних једначина	51
Матрице	58
Сопствене вредности и вектори	66
3. ВЕКТОРИ	68
Векторски простори	68
3.1. Теоријски увод	68
Вектори у простору \mathbb{R}^3	70
Скаларни, векторски и мешовити производ вектора	71
Примене вектора	73
3.2. Задачи	74
4. АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА	79
4.1. Теоријски увод	79
Раван	79
Права	80
Права и раван	82
4.2. Задачи	83

5. НИЗОВИ	88
5.1. Теоријски увод	88
5.2. Задачи	91
6. ГРАНИЧНЕ ВРЕДНОСТИ И НЕПРЕКИДНОСТ Φ-ЈА	95
6.1. Теоријски увод	95
Граничне вредности функција	95
Непрекидност функција	97
Асимптоте функције	97
6.2. Задачи	98
Граничне вредности функција	98
Непрекидност функција	100
Асимптоте функције	101
7. ИЗВОД, ДИФЕРЕНЦИЈАЛ, ЛОПИТАЛОВО ПРАВИЛО	102
7.1. Теоријски увод	102
7.2. Задачи	108
8. ТЕЈЛОРОВ И МАКЛОРЕНОВ ПОЛИНОМ	114
8.1. Теоријски увод	114
8.2. Задачи	116
9. ИСПИТИВАЊЕ ТОКА ФУНКЦИЈА	121
9.1. Теоријски увод	121
9.2. Задачи	131
10. РЕШЕЊА ЗАДАТАКА	133
10.1. Алгебарске структуре	133
10.2. Линеарна алгебра	161
Детерминанте	161
Системи линеарних једначина	175
Матрице	194
Сопствене вредности и вектори	213
10.3. Вектори	218
Векторски простори	218
10.4. Аналитичка геометрија у простору	233
10.5. Низови	250
10.6. Граничне вредности и непрекидност функција	267
Граничне вредности функција	267
Непрекидност функција	273
Асимптоте функција	275
10.7. Извод, диференцијал, Лопиталово правило	277
10.8. Тејлоров и Маклоренов полином	292
10.9. Испитивање тока и скицирање графика функција	312

11. ОБНАВЉАЊЕ СРЕДЊОШКОЛСКЕ МАТЕМАТИКЕ	327
11.1. Увод	327
Скупови	327
Приоритет операција	331
Степеновање и кореновање	331
Степеновање бинома и тринома	332
Разлагања на чиниоце	332
Размере, пропорције и двојни разломак	332
11.2. Линеарне и квадратне функције	333
Линеарне једначине и неједначине	333
Квадратне једначине и неједначине	334
Системи линеарних и квадратних једначина и неједначина	336
Неке једначине 4. и 5. степена	336
Апсолутне вредности	337
Ирационалне једначине и неједначине	338
11.3. Експоненцијалне и логаритамске функције	338
Експоненцијалне функције, једначине и неједначине	338
Логаритамске функције, једначине и неједначине	339
11.4. Тригонометрија	340
Инверзне тригонометријске функције	345
11.5. Рекурентне једначине	348
Линеарна хомогена рекурентна једначина са конст. коеф.	349
ЛИТЕРАТУРА	352

Предговор

Ова збирка задатака представља прописану уџбеничку литературу за предмет Математика 1 на Факултету организационих наука, али такође може бити веома корисна и студентима других техничких факултета, као и студентима осталих факултета чији наставни програми обухватају теме које су овде обрађене. У збирци се налази преко 600 задатака са детаљним решењима. Такође, постоји веома мали број задатака чија су решења дата упутством за решавање и резултатима свих битних међузорака. Збирка садржи и велики број слика, које омогућавају брже разумевање и лакше усвајање изложеног градива.

Збирка се састоји од једанаест глава:

1. Алгебарске структуре;
2. Линеарна алгебра;
3. Вектори;
4. Аналитичка геометрија;
5. Низови;
6. Граничне вредности и непрекидност функција;
7. Извод, диференцијал, Лопиталово правило;
8. Тејлоров и Маклоренов полином;
9. Испитивање тока функција;
10. Решења задатака;
11. Обнављање средњошколске математике.

Свака глава ове збирке почиње са прегледом основних појмова и тврђења потребних за решавање задатака. Главе 3, 4, 5, 6 и 7 је написала др Оливера Мухић, док је мр Владимир Балтић написао главе 1, 2, 8, 9, 11, нацртао све слике и извршио прелом текста. Оба аутора су радила на глави 10 (према претходном распореду). Последња глава представља својеврстан репетиторијум градива средњошколске математике и указује на почетни степен знања који је потребан студентима да би успешно савладали овај курс.

Известан број задатака из збирке је био дат на писменим испитима и колоквијумима на ФОН-у, Саобраћајном факултету, Машинском факултету, Економском факултету и Технолошко-металуршком факултету Универзитета у Београду.

I колоквијум из предмета Математика 1 на ФОН-у покривају прве 4 главе ове збирке, а наредних 5 глава покривају II колоквијум. На писменом делу испита долазе по 2 задатка из сваке од колоквијумских целина.

Збирка је рађена у више боја. Оне служе да истакну битне елементе, као и да дају бољу визуелну представу. Сви наслови су дати црвеном и плавом бојом. Дефиниције појмова су дате косим плавим словима. Графици функција су урађени црвеном бојом, битне тачке су означене плавом, док су асимптоте представљене сивом бојом. Све слике у овој збирци су нацртане помоћу програмског пакета *WinGCLC* аутора Предрага Јаничића (на чему му се аутори свесрдно захваљују), који се може наћи на адреси:

<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~janicic/gclc/index.html>

Аутори имају врло пријатну дужност да се захвале рецензентима који су својим саветима и сугестијама допринели да збирка добије свој коначан изглед. Такође, аутори се захваљују и колегиници Нади Андрић, која је детаљно прегледала комплетан рукопис и дала знатан број корисних напомена. Сви они су допринели побољшању квалитета ове збирке.

Аутори су унапред захвални свима онима који ће ову књигу користити и указати на грешке и пропусте у њој. Молимо да се напомене достављају мејлом на следећу адресу:

baltic@fon.rs

са насловом: Збирка – напомена

и текстом облика:

- број стране где се грешка (или напомена) налази;
- број реда на страници где се грешка (или напомена) налази;
- грешка (оригиналан текст);
- шта треба да пише (исправљен текст).

На следећој интернет адреси (кад одаберете предмет Математика 1 – Литература) ће се налазити исправке накнадно уочених грешака:

<http://math.fon.rs>

Имена и презимена оних који први помогну да се одређена грешка уочи и исправи биће споменута и на сајту и у захвалници наредног издања збирке.

На крају, аутори би желели да се захвале својим породицама, које су биле пуне разумевања и давале значајну подршку током писања ове књиге.

Београд, септембар 2010.

Аутори

Литература

- [1] Владимир Балтић, *Дискретне математичке структуре – збирка испитних и домаћих задатака из 2008. и 2009.*, Факултет организационих наука, Београд, 2010.
- [2] Слободан Дајовић, *Математика 1*, Факултет организационих наука, Београд, 2009.
- [3] Rade Doroslovački, Ljubo Nedović, *Testovi iz diskretne matematike i linearne algebre za studente elektrotehničkog odseka*, FTN, Novi Sad 2002.
- [4] Драган Ђорић, Бурица Јованов, Раде Лазовић *Математика 1 – задаци са испита и колоквијума*, Факултет организационих наука, Београд, 2002.
- [5] Драган Ђорић, Бурица Јованов, Раде Лазовић *Математика 1 – збирка задатака*, Факултет организационих наука, Београд, 2008.
- [6] Александра Ерић, Мила Марић Дедијер, Далибор Рајковић *Практикум из математике 1*, Грађевински факултет, Београд, 2008.
- [7] Milan Merkle, *Математичка анализа – преглед теорије и задаци*, ETF, Beograd 1997.
- [8] Miloš Miličić, Zoran Šami, *Збирка решених испитних задатака из математике 1*, Saobraćajni fakultet, Beograd 2006.
- [9] Pavle Miličić, Momčilo Ušćumlić, *Збирка задатака из више математике 1*, Nauka, Beograd 1994.
- [10] Slobodan Nešić, *Математика 1 – збирка задатака*, Mašinski fakultet, Beograd 1990.
- [11] Драган Стевановић, Владимир Балтић, Слободан Симић, Мирослав Пирић, *Дискретна математика – основе комбинаторике и теорије графова*, ДМС, Београд, 2008.
- [12] Djurdjica Takači, Stojan Radenović *Математика 1 за инжењере*, Akademska misao, Beograd, 2002.
- [13] Шћепан Ушћумлић, Миливоје Лазић, Горан Килибарда, *Математика 1 – збирка решених испитних задатака из 2008. и 2009.*, Прометеј, Београд, 2001.
- [14] Мирјана Чангаловић, Весна Манојловић, Владимир Балтић, *Дискретне математичке структуре*, Факултет организационих наука, Београд, 2009.